$$\begin{cases} x+y-2=\sqrt{2}x-\sqrt{2} \\ x-y=\sqrt{2}y-\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=(\sqrt{2}-1)x+2-\sqrt{2} \quad (1) \\ x-y(1+\sqrt{2})+\sqrt{2}=0 \quad (2) \end{cases}$$

(2) devient en remplaçant y :

$x - [(\sqrt{2} - 1) x + 2 - \sqrt{2}] (1 + \sqrt{2}) + \sqrt{2} = 0$

$x - (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) x - (\sqrt{2} + 1) (2 - \sqrt{2}) + \sqrt{2} = 0$

$x - (1) x - (2\sqrt{2} - 2 + 2 - \sqrt{2}) + \sqrt{2} = 0$

$x - x - \sqrt{2} + \sqrt{2} = 0$ (vraie)

d'où (D) : $y = (\sqrt{2} - 1) x + 2 - \sqrt{2}$

2°/ $2x^2 - y^2 + 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - (y^2 - 2y) - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - (y - 1)^2 = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} - \frac{(y-1)^2}{1^2} = 1$$

Γ est une hyperbole de centre $\Omega' (0, 1)$ d'axes les droites d'équations respectives $x = 0$ et $y = 1$;

de sommets les points $A (\frac{-\sqrt{2}}{2} , 1)$; $A' (\frac{-\sqrt{2}}{2} , 1)$ les asymptotes d'équations

$y = \sqrt{2} x + 1$ et $y = -\sqrt{2} x + 1$

b) On a : $\begin{cases} x+y-1=x' \\ x-y+1=y' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{x'+y'}{2} \\ y=\dfrac{x'-y'+2}{2} \end{cases}$

D'où Γ' : $f(\Gamma)$ a pour équation :

$$\Gamma' = 2\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2 = 1$$

D'où : Γ' : $x^2 + 6xy + y^2 - 4 = 0$